第２講　熱力学

3

下の文が正しい記述になるよう，(あ)～(え)と(ア)～(カ)に以下の選択肢から適切なものを選び番号を答えよ。同じものを何回選択してもよい。また，(a)～(e)には適切な式を入れよ。式はT_A，T_B，T_C，Rから適切な記号を用いて表し，その値が負にならないように示せ。ただし絶対値記号は使わないこと。値がゼロとなる場合は0と記入せよ。

図1のような理想気体の状態変化について考える。なめらかに動くピストンがついた円筒容器内に，単原子分子の理想気体1 molを閉じ込めたところ，その圧力がP_A〔Pa〕，体積がV_A〔m^3〕，温度がT_A〔K〕となった(状態A)。まず，この気体の圧力をP_B〔Pa〕(＞P_A)に定積変化させた(状態B)。その気体の温度はT_B〔K〕となった。この過程で，気体がする仕事量は(a)である。このとき，内部エネルギーは(ア)，気体の温度は(イ)。気体は熱を(あ)，その熱量は(b)である。つぎに，状態Bの気体の圧力をP_A，体積をV_C〔m^3〕(＞V_A)に断熱変化させた(状態C)。その気体の温度はT_C〔K〕となった。この過程で，気体は仕事を(い)，その仕事量は(c)である。また，内部エネルギーは(ウ)，気体の温度は(エ)。このあとさらに，状態Cの気体の体積をV_Aに定圧変化させた(状態A)。この過程で，気体は仕事を(う)，その仕事量は(d)である。内部エネルギーは(オ)，気体の温度は(カ)。このとき，気体は熱を(え)，その熱量は(e)である。ここで，気体定数をR〔J/(mol･K)〕とする。

(あ)～(え)の選択肢：
①外部から吸収し／②外部に放出し／③外部にし／④外部からされ

(ア)～(カ)の選択肢：
⑤増加して／⑥上昇する／⑦減少して／⑧下がる／⑨変化せず／⑩変化しない

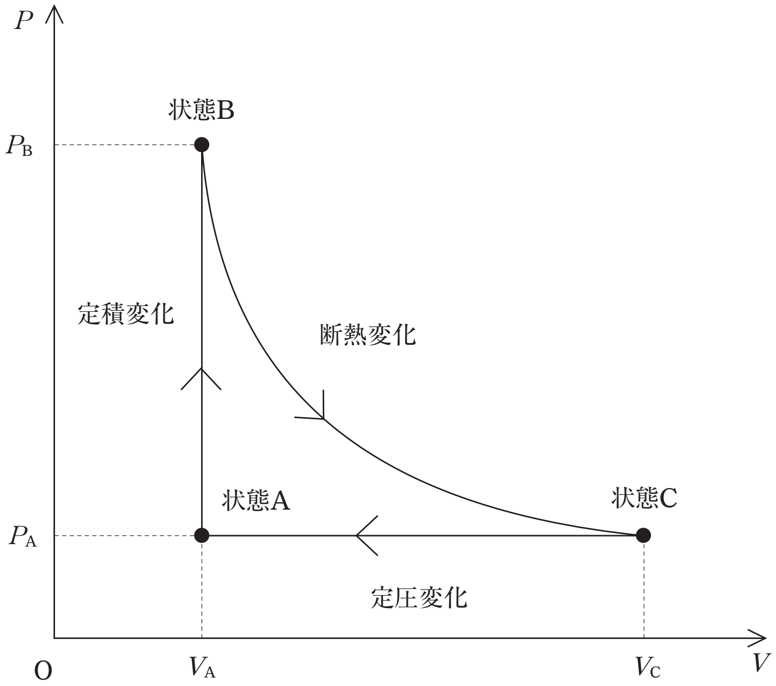

図１

4

次の問題の［　　］の中に入れるべき正しい答をそれぞれの**解答群**の中から選び，その番号を答えなさい。必要なら同一番号を繰り返し用いてよい。

図１のように，西側の平地(A，標高０m)から山すそに沿って上昇した空気のかたまりが，B地点(標高1000 m)から山頂(C，標高2000 m)において雲を形成し雨を降らせ，山頂を越えるときには雲粒(水滴)を含まない空気になったとする。この空気が山を越えて吹き降りて東側の平地(D，標高０m)に達したとき，A地点と比べて空気のかたまりの温度が何度上昇するか考えよう。また，大気に仕切りはないが，その一部分の空気のかたまりについて，ある体積V〔m^3〕，圧力p〔Pa〕，温度T〔K〕，物質量n〔mol〕を用いて表現できるとし，これを気塊と呼ぶことにする。気塊は大気中をじゅうぶんゆっくり移動するので，V，p，Tなどはゆっくり変化するとしてよい。気塊が地点A，B，C，Dにあるときの温度をそれぞれT_A〔K〕，T_B〔K〕，T_C〔K〕，T_D〔K〕とする。空気1 molあたりの質量を$M = 29.0 \times 10^{-3}$ kg/mol，重力加速度の大きさを$g = 9.81$ m/s^2とする。また，気体定数を$R = 8.31$ J/(mol･K)，空気の定積モル比熱を$C_v = 20.8$ J/(mol･K)とする。理想気体の定圧モル比熱は$C_p = C_v + R$で与えられる。設問(ク)，(ケ)，(コ)はもっとも近い値を選びなさい。

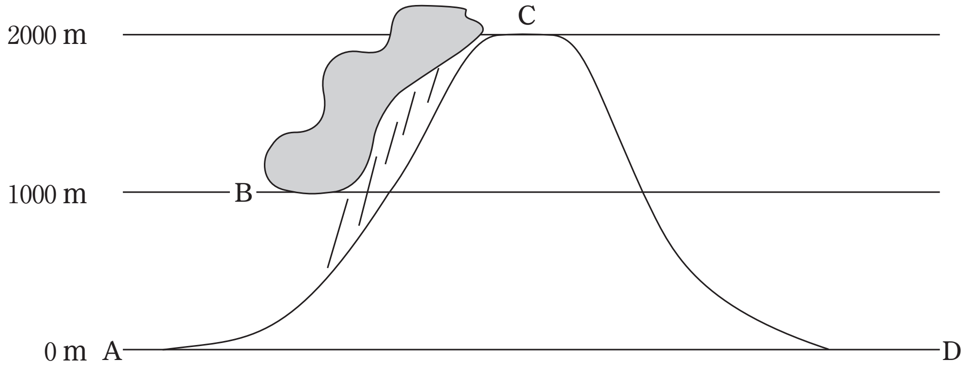

図１

(1)　まず理想気体の状態方程式を考える。物質量nの理想気体の体積をV, 圧力をpとすると, その温度は気体定数Rを用いて，$T =$ ［(ア)］と表される。状態がわずかに変化して体積が$V + \Delta V$，圧力が$p + \Delta p$に変わったとき，温度が$T + \Delta T$に変わったとする。ここで，$|\Delta p|$，$|\Delta V|$，$|\Delta T|$はそれぞれp，V，Tに対してじゅうぶんに小さい量である。これらに理想気体の状態方程式を適用し, 微小量どうしの積は非常に小さいと考えて無視すると,

$$p\Delta V + V\Delta p = \text{［(イ)］} \qquad \text{（式Ⅰ）}$$

となる。

物質量nの理想気体がQの熱を受けてそのために温度がΔTだけ上昇し，体積がΔVだけ膨張したとすると，定積モル比熱C_vを用いて，

$$Q = \text{［(ウ)］} + p\Delta V$$

と表される。(式Ⅰ)を用いてΔVを消去すると

$$Q = \text{［(エ)］} - V\Delta p \qquad \text{（式Ⅱ）}$$

となる。

［(ア)］の解答群

0　$nRpV$　　1　$\dfrac{nR}{pV}$　　2　$\dfrac{RpV}{n}$　　3　$\dfrac{npV}{R}$　　4　$\dfrac{pV}{nR}$

［(イ)］の解答群

0　nRT　　1　$nR\Delta T$　　2　$nR(T + \Delta T)$　　3　$2nRT$

4　$\dfrac{nRT}{2}$　　5　$2nR\Delta T$　　6　$\dfrac{nR\Delta T}{2}$

［(ウ)］, ［(エ)］の解答群

0　$C_v\Delta T$　　1　$nC_v\Delta T$　　2　$C_v\Delta T + R\Delta T$

3　$C_v\Delta T + nR\Delta T$　　4　$C_v\Delta T + 2R\Delta T$　　5　$C_v\Delta T + 2nR\Delta T$

6　$nC_v\Delta T + R\Delta T$　　7　$nC_v\Delta T + nR\Delta T$　　8　$nC_v\Delta T + 2R\Delta T$

9　$nC_v\Delta T + 2nR\Delta T$

(2) 図１のＡからＢへ気塊が移動したときの温度変化を考える。このとき，気塊は水蒸気を含んでいるが，その影響は無視して理想気体の結果を適用してよい。気塊が山を登るとき，地表面からの鉛直方向の高さ(以下，高度と呼ぶ)によって大気圧が異なる。いま，図２に示すような底面が単位面積の気塊の柱(気柱)を考え，高度z〔m〕における気圧をp_0〔Pa〕，$z+\Delta z$〔m〕における気圧を$p_0+\Delta p$〔Pa〕とすると，高度差Δz〔m〕による気圧の差は図２の斜線部内の空気に働く重力によって生ずる。空気の密度をρ〔kg/m^3〕とすると，$|\Delta p|=$ ㈲ である。

気塊が上昇，下降している場合，熱の出入りによる影響よりも膨張や圧縮による影響がはるかに大きいので，断熱変化をすると仮定することができる。このとき(式Ⅱ)より$\Delta T=$ ㈭ $\times\Delta p$である。この式に ㈲ を代入し，VとnをMとρで表すことにより

$$\frac{\Delta T}{\Delta z}=\boxed{(キ)}\text{〔K/m〕}\qquad\text{(式Ⅲ)}$$

となる。$\dfrac{\Delta T}{\Delta z}$は一定なので，温度の変化は高度の変化に比例する。ＡからＢに変化するときの高度の変化は1000 mなので，

$$T_B-T_A=\boxed{(ク)}\text{K}$$

となる。

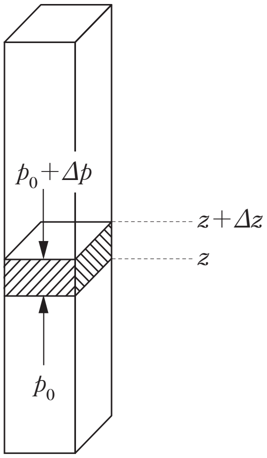

図２

(3)　BからCへ気塊が移動する場合は，水蒸気が水滴に変化して雲が生じる際に熱を放出するため，(2)の理想気体の計算をそのまま適用することはできない。その影響を考慮すると，$T_C - T_B = -5$Kとなる。一方，CからDへ移動するときは，気塊は水滴を含んでいないので，（式Ⅲ）を用いて，$T_D - T_C =$ (ケ) Kとなる。よって $T_D - T_A =$ (コ) Kとなる。

(オ)の解答群

0　$\rho g \Delta z$　　1　$\dfrac{\rho g \Delta z}{2}$　　2　$\dfrac{\rho g \Delta z}{4}$　　3　$2\rho g \Delta z$

4　$4\rho g \Delta z$

(カ)の解答群

0　$\dfrac{V}{nC_v}$　　1　$\dfrac{nV}{C_v}$　　2　$\dfrac{C_v}{nV}$　　3　$\dfrac{nC_v}{V}$

4　$\dfrac{V}{nC_p}$　　5　$\dfrac{nV}{C_p}$　　6　$\dfrac{C_p}{nV}$　　7　$\dfrac{nC_p}{V}$

(キ)の解答群

0　$\dfrac{Mg}{C_v}$　　1　$\dfrac{C_v}{Mg}$　　2　$\dfrac{Mg}{C_p}$　　3　$\dfrac{C_p}{Mg}$

4　$-\dfrac{Mg}{C_v}$　　5　$-\dfrac{C_v}{Mg}$　　6　$-\dfrac{Mg}{C_p}$　　7　$-\dfrac{C_p}{Mg}$

(ク)，(ケ)，(コ)の解答群

0　-20　　1　-15　　2　-10　　3　-5　　4　0

5　5　　6　10　　7　15　　8　20　　9　25

第２講

3

(あ) ①　(い) ③　(う) ④　(え) ②

(ア) ⑤　(イ) ⑥　(ウ) ⑦　(エ) ⑧　(オ) ⑦　(カ) ⑧

(a) 0　(b) $\dfrac{3}{2}R(T_{\mathrm{B}}-T_{\mathrm{A}})$　(c) $\dfrac{3}{2}R(T_{\mathrm{B}}-T_{\mathrm{C}})$　(d) $R(T_{\mathrm{C}}-T_{\mathrm{A}})$

(e) $\dfrac{5}{2}R(T_{\mathrm{C}}-T_{\mathrm{A}})$

4

(1) (ア) 4　(イ) 1　(ウ) 1　(エ) 7

(2) (オ) 0　(カ) 4　(キ) 6　(ク) 2

(3) (ケ) 8　(コ) 5